Tous les faits ont concouru à démontrer l'existence d'un mouvement convergeant de toutes les directions vers le centre de la trombe, en même temps que celle d'un mouvement en haut vers le milieu. L'auteur, passant en revue les opinions des physiciens sur l'origine des trombes, croit être le premier qui, en l'attribuant à l'électricité, ait donné une idée du mode spécial d'action de ce puissant agent dans ce terrible phénomène. (*American Journal*, avril 1837, et *Bibliothèque universelle*, septembre 1837).

Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement, par P.-F. Verhulst.

On sait que le célèbre *Malthus* a établi comme principe que la population humaine *tend* à croître en progression géométrique, de manière à se doubler après une certaine période, par exemple, tous les vingt-cinq ans. Cette proposition est incontestable, si l'on fait abstraction de la difficulté toujours croissante de se procurer des subsistances lorsque la population a acquis un certain degré d'agglomération, ou des ressources que la population puise dans son accroissement, même lorsque la société est encore naissante, telles qu'une plus grande division du travail, l'existence d'un gouvernement régulier et de moyens de défense qui assurent la tranquillité publique, etc.

En effet, *toutes choses égales d'ailleurs*, si mille âmes sont devenues deux mille après vingt-cinq ans, ces deux mille deviendront quatre mille après le même laps de temps.

Dans nos vieilles sociétés européennes, où les bonnes terres sont cultivées depuis long-temps, le travail employé à bonifier un terrain déjà en culture, ne peut ajouter à ses produits que des quantités sans cesse décroissantes; en admettant que, dans les premiers vingt-cinq ans, on ait doublé le produit du sol, dans la seconde période à peine parviendra-t-on peut-être à lui faire produire un tiers en sus. L'accroissement virtuel de la population trouve donc une limite dans l'étendue et la fertilité du pays, et la population tend, par conséquent, de plus en plus à devenir stationnaire.

Il n'en est pas de même dans certains cas, purement exceptionnels à la vérité; par exemple, lorsqu'un peuple civilisé cultive un territoire fertile, jusqu'alors sans habitans, ou lorsqu'il exerce une industrie qui donne de grands bénéfices temporaires. Une famille nombreuse devient alors une richesse et la seconde génération trouve plus facilement à s'établir que la première, parce qu'elle n'a pas comme elle à lutter contre les obstacles que l'état sauvage de la terre offrait aux premiers colons.

Pour juger de la vitesse avec laquelle la population croît dans un pays donné, il faut diviser l'accroissement de la population de chaque année par la population qui l'a fourni. Ce rapport étant indépendant de la grandeur absolue de la population, peut être regardé comme la mesure de cette vitesse. S'il est constant, la population croît en progression géométrique ; s'il est croissant, la progression est plus que géométrique, et moins que géométrique s'il est décroissant.

On peut faire diverses hypothèses sur la résistance ou la somme des obstacles opposés au développement indéfini de la population. M. *Quetelet* la suppose proportionnelle au *carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître* (1.

C'est assimiler le mouvement de la population à celui d'un mobile qui tombe en traversant un milieu résistant. Les résultats de cette comparaison s'accordent, d'une manière satisfaisante, avec les données de la statistique et avec ceux que j'ai obtenus par mes propres formules, quand on suppose aux couches du milieu traversé, une densité indéfiniment croissante.

L'accroissement de la population a nécessairement une limite, ne fût-ce que dans l'étendue du sol indispensable pour le logement de cette population. Quand une nation a consommé tous les fruits de ses champs, elle peut à la vérité se procurer des subsistances du dehors par l'échange de ses autres produits, et supporter ainsi un nouvel accroissement de population. Mais il

---

1) *Essai de physique sociale*, tome Ier, p. 277.

est évident que ces importations doivent avoir des bornes, et s'arrêter long-temps même avant que la surface entière du pays soit convertie en villes. Toutes les formules par lesquelles on essaiera de représenter la loi de la population, doivent donc satisfaire à la condition d'admettre un *maximum* qui ne soit atteint qu'à une époque infiniment éloignée. Ce *maximum* sera le chiffre de la population devenue stationnaire.

J'ai tenté depuis long-temps de déterminer par l'analyse, la loi probable de la population; mais j'ai abandonné ce genre de recherches, parce que les données de l'observation sont trop peu nombreuses pour que les formules puissent être vérifiées, de manière à ne pas laisser de doute sur leur exactitude. Cependant, comme la marche que j'ai suivie me paraît devoir conduire nécessairement à la connaissance de la véritable loi, quand on aura des données suffisantes, et que les résultats auxquels je suis parvenu peuvent offrir de l'intérêt, au moins comme objet de spéculation, j'ai cru devoir céder à l'invitation de M. *Quetelet*, et les livrer au public.

Soit p la population : représentons par dp l'accroissement infiniment petit qu'elle reçoit pendant un temps infiniment court dt. Si la population croissait en progression géométrique, nous aurions l'équation $\frac{dp}{dt} = mp$. Mais comme la vitesse d'accroissement de la population est retardée par l'augmentation même du nombre des habitans, nous devrons retrancher de mp une fonction inconnue de p; de manière que la formule à intégrer deviendra

$$\frac{dp}{dt} = mp - \varphi(p).$$

L'hypothèse la plus simple que l'on puisse faire sur la forme de la fonction φ, est de supposer $\varphi(p) = np^2$. On trouve alors pour intégrale de l'équation ci-dessus

$$t = \frac{1}{m}\left[\log. p - \log.(m-np)\right] + \text{constante},$$

et il suffira de trois observations pour déterminer les deux coefficiens constans m et n et la constante arbitraire.

En résolvant la dernière équation par rapport à p, il vient

$$p = \frac{mp' e^{mt}}{np' e^{mt} + m - np'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

en désignant par p' la population qui répond à $t = o$, et par e la base des logarithmes népériens. Si l'on fait $t = \infty$, on voit que la valeur de p correspondante est $P = \frac{m}{n}$. Telle est donc *la limite supérieure de la population.*

Au lieu de supposer $\varphi p = np^2$, on peut prendre $\varphi p = np^\alpha$, α étant quelconque, ou $\varphi p = n \log. p$. Toutes ces hypothèses satisfont également bien aux faits observés; mais elles donnent des valeurs très-différentes pour la limite supérieure de la population.

J'ai supposé successivement

$$\varphi p = np^2,\ \varphi p = np^3,\ \varphi p = np^4,\ \varphi p = n \log. p;$$

et les différences entre les populations calculées et celles que fournit l'observation ont été sensiblement les mêmes.

Lorsque la population croît en progression plus que géométrique, le terme $- \varphi p$ devient $+ \varphi p$; l'équation différentielle s'intègre alors comme dans les cas précédens, mais on conçoit qu'il ne peut plus y avoir de population *maxima*.

J'ai calculé les tableaux qui suivent d'après la formule (1). Les chiffres pour la France, la Belgique et le comté d'Essex avaient été puisés dans les documens officiels. Ceux qui concernent la Russie se trouvent dans l'ouvrage du D[r] *Sadler, Law of population*, et je ne puis en garantir l'authenticité, ignorant de quelle manière ils ont été relevés. J'aurais pu étendre les tableaux pour la France et la Belgique jusqu'à 1837, au moyen des *Annuaires* publiés dans ces deux pays depuis 1833, et vérifier ainsi ma formule; mais mes occupations ne m'en ont pas laissé le loisir. Mon travail était terminé en 1833, et je n'y ai plus touché depuis.

Je ferai remarquer en passant que le tableau qui concerne la France semble annoncer que la formule est d'autant plus exacte, que les observations portent sur de plus grands nombres et ont été faites avec plus de soin. Au reste l'avenir seul pourra nous dévoiler le véritable mode d'action de la force retardatrice que nous avons représentée par φp.

N° 1.

Tableau des progrès de la population de la France depuis 1817 *jusqu'à* 1831, *d'après l'Annuaire pour* 1834.

ANNÉES.	D'APRÈS L'ÉTAT CIVIL.	D'APRÈS LA FORMULE.	ERREUR proportionle.	Logarithmes de la population calculée.
1817	29,981,336 195,902	29,981,336 208,281	0,0000	7,4768490
1818	30,177,238 161,948	30,189,500 204,500	+0,0004	7,4798565
1819	30,339,186 199,863	30,394,000 200,500	+0,0018	7,4827875
1820	30,539,049 188,227	30,594,500 197,300	+0,0018	7,4856461
1821	30,727,276 212,144	30,791,800 192,700	+0,0021	7,4884310
1822	30,939,420 198,634	30,984,500 189,500	+0,0014	7,4911453
1823	31,138,054 221,286	31,174,000 185,223	+0,0012	7,4937907
1824	31,359,340 220,546	31,359,340 182,777	0,0000	7,4963719
1825	31,579,886 175,974	31,542,000 178,000	—0,0012	7,4988859
1826	31,755,860 157,533	31,720,000 175,000	—0,0011	7,5013366
1827	31,913,393 189,071	31,895,000 172,000	—0,0005	7,5037257
1828	32,102,464 139,402	32,067,000 168,000	—0,0011	7,5060547
1829	32,241,866 161,074	32,235,000 164,500	—0,0002	7,5083251
1830	32,402,940 157,994	32,399,500 161,434	0,0000	7,5105385
1831 1r janv.	32,560,934 (Chiffre du recenst.)	32,560,934	0,0000	7,5126965

N° 2.

Population de la Belgique.

ANNÉES.	D'APRÈS L'ÉTAT CIVIL.	D'APRÈS LA FORMULE.	ERREUR.
1815	3,494,985 33,465	3,494,985 35,315	0,000
1816	3,528,450 38,104	3,530,300 35,500	0,000
1817	3,566,554 15,329	3,565,800 35,500	0,000
1818	3,581,883 26,708	3,601,300 35,600	+ 0,005
1819	3,608,591 37,303	3,636,900 35,700	+ 0,008
1820	3,645,894 30,774	3,672,600 35,800	+ 0,007
1821	3,676,668 45,200	3,708,400 35,800	+ 0,008
1822	3,721,868 47,858	3,744,200 36,000	+ 0,006
1823	3,769,726 46,523	3,780,200 36,049	+ 0,003
1824	3,816,249 50,828	3,816,249 36,050	0,000
1825	3,867,077 46,780	3,852,299 36,001	— 0,004
1826	3,913,857 42,661	3,888,300 36,100	— 0,006
1827	3,956,518 38,462	3,924,400 36,200	— 0,008
1828	3,994,980 46,519	3,960,600 36,200	— 0,008
1829	4,041,499 33,213	3,996,800 36,300	— 0,011
1830	4,074,712 22,178	4,033,100 36,300	— 0,010
1831	4,096,890 33,231	4,069,400 36,400	— 0,007
1832	4,130,121 12,136	4,105,800 36,457	— 0,006
1833 . . . . . 1er janvier.	4,142,257	4,142,257	0,000

N° 3.

Tableau des progrès de la population dans le comté d'Essex en Angleterre, depuis 1811 *jusqu'à* 1831.

ANNÉES.	D'APRÈS les registres des paroisses.	D'APRÈS la formule.	ERREUR proportionnelle.
1811	252,473	252,473	0,000
1812	255,410	256,600	+ 0,004
1813	258,393	260,500	+ 0,008
1814	262,705	264,400	+ 0,006
1815	266,143	268,300	+ 0,008
1816	270,270	272,100	+ 0,006
1817	274,088	275,650	+ 0,005
1818	278,513	279,300	+ 0,002
1819	282,232	282,700	+ 0,001
1820	285,797	286,100	+ 0,001
1821	289,424	289,424	0,000
1822	293,085	292,600	— 0,001
1823	296,436	295,750	— 0,002
1824	299,166	298,800	— 0,001
1825	302,302	301,600	— 0,002
1826	304,482	304,570	0,000
1827	306,474	307,300	+ 0,002
1828	308,887	309,800	+ 0,003
1829	311,807	312,400	+ 0,002
1830	314,306	314,900	+ 0,002
1831	317,233	317,233	0,000

No 4.

Population de la Russie. (Individus de la communion grecque.)

ANNÉES.	D'APRÈS LES REGISTRES DE l'église grecque.	D'APRÈS LA FORMULE.
1796	29,177,980	29,177,980
	461,521	
1797	29,639,501	30,332,000
	461,525	
1798	30,101,026	31,424,000
	428,248	
1799	30,529,274	32,456,000
	432,418	
1800	30,961,692	33,350,000
	440,000	
1801	31,401,692	34,338,000
	453,205	
1802	31,854,897	35,191,000
	616,097	
1803	32,470,994	35,988,000
	475,372	
1804	32,946,366	36,731,000
	568,469	
1805	33,514,835	37,423,000
	542,701	
1806	34,057,536	38,065,000
	500,662	
1807	34,558,198	38,661,000
	468,508	
1808	35,026,706	39,213,000
	462,478	
1809	35,489,184	39,723,000
	466,712	
1810	35,955,896	40,195,000
	471,546	

ANNÉES.	D'APRÈS LES REGISTRES DE l'église grecque.	D'APRÈS LA FORMULE.
1811	36,427,442	40,630,000
	369,779	
1812	36,797,221	41,031,000
	293,033	
1813	37,090,254	41,401,000
	(dimin.) 2,740	
1814	37,087,514	41,741,000
	389,255	
1815	37,476,769	42,055,000
	407,473	
1816	37,884,242	42,342,000
	637,247	
1817	38,521,489	42,606,000
	670,045	
1818	39,191,534	42,849,000
	556,441	
1819	39,747,975	43,071,000
	603,025	
1820	40,351,000	43,276,000
	662,719	
1821	41,013,719	43,463,000
	600,591	
1822	41,614,310	43,634,000
	562,735	
1823	42,177,045	43,791,000
	663,345	
1824	42,840,390	43,935,000
	713,285	
1825	43,553,675	44,067,000
	633,405	
1826	44,187,080	44,187,080
	450,386	
1827	44,637,466	